

## سری دوم تمرین‌های احتمال و آمار مهندسی

تحویل: سه‌شنبه ۹۵/۱۲/۳

۱- از بین ۵ مرد و ۳ زن می‌خواهیم کمیته‌ای ۴ نفری تشکیل دهیم. اگر انتخاب افراد کاملاً تصادفی باشد، احتمال آن که تعداد نفرات زن و مرد کمیته برابر باشد، چقدر است؟

۲- الف) با استفاده از آنالیز ترکیباتی (بهره‌گیری مناسب از اصل جمع یا اصل ضرب در شمارش) برابری زیر را اثبات کنید.

$$\binom{n+m}{r} = \sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k}$$

ب) از برابری فوق استفاده کرده و درستی برابری  $\binom{2n}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2$  را نشان دهید.

۳- به هریک از  $n$  نفری که در مجلسی حضور یافته‌اند به تصادف یکی از اعداد صحیح ۱ تا  $m$  داده شده است ( $n < m$ ). احتمال آن که هیچ‌یک از این  $n$  نفر اعداد مشابهی دریافت نکرده باشند را بر حسب  $n$  و  $m$  تعیین کنید.

۴- در یک مسابقه‌ی پرتاب سکه‌ی سالم بین A و B، نفر A بازی را شروع می‌کند. او سکه را پرتاب می‌کند تا دو شیر متوالی آمده و او برنده شود و یا پیش از دو شیر متوالی خط بیاید و سپس سکه را به B بدهد. نفر B نیز سکه را پرتاب می‌کند تا دو شیر متوالی آمده و برنده شده و یا پیش از دو شیر متوالی خط بیاید و سکه را به A برگرداند و به همین ترتیب بازی تا مشخص شدن برنده ادامه پیدا می‌کند. احتمال برنده شدن A در:

الف) سومین پرتاب خود را به دست آورید.

ب) پنجمین پرتاب سکه را به دست آورید.

۵- در پرتاب یک سکه‌ی سالم به تعداد  $n$  مرتبه، تعداد حالت‌هایی که دو شیر متوالی ظاهر نمی‌شود را با  $f_n$  نشان می‌دهیم،

الف) نشان دهید که:

$$\begin{aligned} f_n &= f_{n-1} + f_{n-2} \\ f_0 &= 1 \\ f_1 &= 2 \end{aligned}$$

ب) احتمال آن که در ۱۰ بار پرتاب یک سکه‌ی سالم، حداقل یک بار دو شیر متوالی داشته باشیم چقدر است؟